

## 鸽子做加法 (oplus)

计算  $\frac{p_1}{q_1} \oplus \frac{p_2}{q_2}$ 。  $p, q \leq 10^6$ 。

小数点以上的可以分类讨论完成。小数点以下的怎么做？首先我们写出循环小数的式子：

$$a_i = \left[ p \cdot 2^{i-1} \bmod q \geq \frac{q}{2} \right] \quad (1)$$

那么我们就要求：

$$\sum_{i=1}^{+\infty} 2^{-i} \left[ p_1 \cdot 2^{i-1} \bmod q_1 \geq \frac{q_1}{2} \right] \cdot \left[ p_2 \cdot 2^{i-1} \bmod q_2 \geq \frac{q_2}{2} \right] \quad (2)$$

所以循环节长度肯定是  $\leq q$  的，而且形如一个  $\rho$  形状。我们以第一组为主元算：

$$\sum_{st} \sum_{i=0} 2^{-st-iT_1} \left[ p_2 \cdot 2^{st+iT_1} \bmod q_2 \geq \frac{q_2}{2} \right] \quad (3)$$

对于第二个  $\rho$  预处理 dp 一下，再在第一个  $\rho$  上随便算一下。

## Range Minimum Element

有一个长度为  $n$ ，值域为  $[1, c]$  的正整数序列  $a$ 。给定  $m$  个区间  $[l_i, r_i]$ ，设长度为  $m$  的序列  $b$  满足  $\forall i \in [1, m], b_i = \min_{j=l_i}^{r_i} \{a_j\}$ 。求出  $a$  在范围内任意取的情况下共能得到多少种不同的  $b$ 。答案对 998244353 取模。  $1 \leq n \leq 100, 1 \leq m \leq \frac{n(n+1)}{2}, 1 \leq c < 998244353, \forall i \in [1, m], 1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ 。

像 NOI 机器人一样，直接枚举最小值的位置，然后递归进两边，两边分别是一个多项式。

但是这样会算重，所以我们将覆盖集合相同的  $a_i$  丢掉，只保留一个，然后按照原本做法做就好。

## Painting Grid

Color a  $n \times m$  grid in black and white so that:

1. The number of white cells is equal to the number of black cells.
2. There are no equal rows.
3. There are no equal columns.

对于前几行，像二进制分组一样把每一列给区分开来。后面的可以两两匹配一下。

## Sum of Numbers

Given  $n$  digits without '0', add some '+' to make the expression minimum.

$$n \leq 2 \times 10^5, k \leq 6.$$

首先相邻两段长度相差不超过 1，不然可以调整。所以我们可以爆搜每一段的长度并计算即可。

## Range Closest Pair of Points Query

Given  $n$  points in the Euclidean plane. In each query, report the closest pair of points if only points indexed in  $[l, r]$  are available.

对于  $k \in [0, \log]$ ，我们分别算距离小于等于  $2^k$  的最近点对，每次我们按照每格  $2^k \cdot 2^{-0.5}$  的长度把平面分块，对于每个  $3 \times 3$  的块，分别跑一个双指针，维护右端点，和使得区间没有两个位于同一格的左端点，显然这是  $O(1)$  的；询问也就转化成二维数电。平衡一下复杂度就是  $O\left(\frac{n \log^2 n}{\log \log n}\right)$ 。