

## 倍数 (multi)

幸运人认为  $B$  进制下各位数字不同的数是幸运数字。给定  $n$  和  $B$ , 求  $n$  倍数中是幸运数字的第二大是多少。若不存在输出  $-1$ 。  $B \leq 12, n \leq 10^{18}$ 。

首先幸运数字最大只有  $10^{13}$  左右。

若  $n > 10^5$ , 直接枚举  $n$  的倍数; 分段打表即可  $O(1)$  判断一个数是否幸运。

若  $n \leq 10^5$ , 考虑状压 dp, 设  $f_S = \text{set}$  表示  $S$  集合里的数能够拼出模数为多少的数, bitset 优化 dp, 然后 dfs 输出方案即可。

## 玉米加农炮 (cannon)

咸鱼人喜欢玩植物大战僵尸。他把游戏的场地抽象为了  $nm$  的网格, 并在其中  $K$  个位置放置了玉米加农炮。每

个加农炮有一个能量值  $w$ , 它仅可以向与它所在位置曼哈顿距离不超过  $w$  的位置发射玉米。第  $t$  秒  $w = t$ ,  $t$  从 0 开始。

咸鱼人可以做的操作是在每秒选择一个加农炮, 向一个未被发射过的位置发射玉米。一个位置是在第  $i$  秒被发射到的, 就会被标记上  $i$ 。同一个加农炮可以多次使用, 但一次只能使用一个。已经有加农炮的位置也需要被发射玉米。

咸鱼人发现不管如何操作, 每次都存在未被发射过的位置在可以被发射到的范围内。因此, 在第  $nm$  秒结束以后, 他根据每个位置上标的数字得到了一个  $0, \dots, nm$  的排列。他想知道, 可以得到多少种不同的排列。输出这个答案除以  $nm$  在模  $2.5 \times 10^9 + 1$  意义下的结果。

$\sum n, \sum m \leq 10^7, \sum K \leq 2000$ 。

对每个格子求出  $\text{Hold}_i$  表示离它最近的加农炮的曼哈顿距离, 那么限制就是  $p_i \geq \text{Hold}_i$ 。将  $\text{Hold}$  从小到大排序后, 方案数就是  $\prod_i (nm - \text{Hold}_i - i)$ 。设  $\text{cnt}_i$  等于  $i$  的数的个数,  $S_i$  表示大于  $i$  的数的个数, 那么答案就是:

$$\begin{aligned} \text{Ans} &= \frac{1}{(nm)!} \cdot \prod_i (nm - i - S_i)^{\text{cnt}_i} \\ &= \prod_{i=0}^{n+m-1} \frac{nm - i - S_i}{nm - i} \end{aligned}$$

所以我们尝试直接求出  $\text{cnt}_i$  数组。部分分做法是扫描线, 并根据每个加农炮到扫描线的距离确定其控制的区间。

正解是, 离散化, 找到  $O(K^2)$  的网格, 对于网格上的点跑出答案, 网格的边上的答案也好跑, 网格的格子里的点的最近距离肯定先经过其四角, 也好考虑。

## 图 (graph)

给定一张  $n$  个点,  $m$  条边的无向图, 保证无重边自环, 对于任意一条边  $u, v (u < v)$ , 都有  $v - u = A$  或  $v - u = B$ , 求这张图的合法匹配数,  $\text{mod } 998244353$ 。定义匹配是一个边的子集, 且满足端点不交。  
 $n \leq 200$ 。

把这张图改写成网格图的样子， $i$  放在  $(\lfloor \frac{i}{B} \rfloor, \frac{i}{A} \bmod B)$ 。

那么  $i \rightarrow i+B$  就是  $(x, y) \rightarrow (x+1, y)$ ， $i \rightarrow i+A$  也就是  $(i, j+1)$  或者  $(i+1, j+1)$ ，直接在这个网格图上轮廓线 dp 就好。总复杂度是  $2^B$  和  $2^{\frac{n}{B}}$  平衡得到  $2^{2\sqrt{n}}$ 。

### [agc057e] RowCol/ColRow Sort

首先考虑只有 01 怎么做，实际上就行和列分别进行一个可重排列即可。对应的方案是唯一的（由于杨图的性质），比如说：

```
1      3  2  1  1
2      2  x  x  x  x
3      1  x  x
4      4  x
```

以行为例，选择最大的行，此时一定有恰好它这么多列非零：

```
1      1  2  3  1
2      2
3      1
4      4  x  x  x  x
```

然后再选择最大的行：

```
1      0  1  2  0
2      2      x  x
3      1
4      4  x  x  x  x
```

我们考虑依次在 0 里面选出一些 1，1 里面选出一些 2，……方案数相乘即可。

比如 1 长这样，我们要从中选出一些 2：

```
1      1  1  1  1
2      1  1
3      1
```

假如每列有  $a_i$  个 2，每行有  $b_i$  个 2，那么我们就是要找到  $a, b$  的一个置换，使得：根据杨图的构造方式，不会有 0 被改成 2。比如上述情况的第四列，若  $a_4 = 1$ ，结果  $b_3 = 3$ ，那么 (3,4) 就会被弄成 2，这是不可接受的。

设  $p_j$  为第  $j$  多的列，那么最后它等于 0 的行的  $b_i < j$ 。我们从右向左填  $a$ ，设  $f_{i,j}$  表示从右向左到了第  $i$  列，最小值为  $j$  的方案数，计算  $b$  的填法的方案数就是跟今天第二题一样的， $\prod (a_i - i + 1)$  即可。

