

朝日

你打了如下形式的一场表: `vector>ans={{2},{3},{2,2},{5},{2,3},{3,3},{2,2,2},{7},{2,5},{2,2,3},{3,5},{2,3,3},{2,2,2,2},{2,7},{2,2,5},{3,3,3},{2,2,2,3}...`

其中和为第一关键字, 个数为第二关键字, 字典序为第三关键字; 请输出其 $[l, r]$ 内的所有字母。
 $r - l + 1 \leq 10^7, 1 \leq l, r \leq 10^{18}$ 。

首先只有 750 以内的 135 个素数是有用的。设 $f/g_{i,j,k}$ 表示 $i \sim 135$ 个素数、选了 j 个、和为 k 的方案数; 然后枚举长度和总和, 像线段树那样爆搜下去输出。复杂度是正确的。

露娜

有一个无限长的整数序列 X , 每个元素都是从 $[1, m]$ 中等概率地随机选取的, 求序列 B 在 X 中的第一次出现位置的期望。 $n, m \leq 2 \times 10^5$ 。

首先用可持久化线段树建出 kmp 自动机; 这个东西一开始肯定觉得是解方程或者矩阵求逆之类的东西, 但是要做到这个数据范围, 这个方程肯定是有方向的。

设 g_i 表示当前在结点 i , 期望多少步走到结点 n ; 那么方程为:

$$g_i = 1 + \frac{1}{m} \left(g_{i+1} + \sum g_{\text{return}_x} \right) \quad (1)$$

那么反过来, 就可以解出 g_{i+1} 来。设 $g_0 = x$, 可以用可持久化线段树快速地求出所有的 $g = kx + b$, 最后解个方程就行了。

Oppa Funcan Style Remastered

给定 n, k , 求是否能将 n 分解为 $n = \sum q_i$ 使得 $1 < q_i, q_i | k, n \leq 10^{18}, k \leq 10^{15}$ 。 $T \leq 10000$, 只有不超过 50 个不同的 k 。

质因数分解然后, 判定无穷背包可达性, 这是经典的同余最短路的应用场景。

Geometric Progressions

有 n 个等比数列 $\{a_i, a_i b_i, a_i b_i^2, \dots\}$, 求最小的在所有等比数列中都出现的数 $\bmod 10^9 + 7$ 后的值, 或判断不存在。 $n \leq 100, a_i, b_i \leq 10^9$ 。

首先质因数分解。

考虑单个质因数, 此质因数在每个等比数列中的次数, 构成一个等差数列或者单点。

若此质因数全都是单点, 那么判所有单点是否相等, 不相同无解, 相等的话可以丢掉。

若此质因数一部分是等差数列，一部分是单点，那么判定一下这个单点是否出现在其它的等差数列中，若出现的话，就直到是第几项了，也就知道了其具体的值。

若全都是等差数列怎么办？

我们可以看作是高维空间里的一些射线，然后射线求交，这就简单了，若存在两个射线在某一维上斜率不相等，则可以直接求出交点来并判断；否则所有的都在一个斜率上，直接 `exCRT` 合并某一个维度上的限制即可。

[CF1770F] Koxia and Sequence

给定 n, x, y 。对于所有满足 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = x, a_1 | a_2 | \dots | a_n = y$ 的 a ，求 $a_1 \oplus a_2 \oplus \dots \oplus a_n$ 的异或和。
 $n < 2^{40}, x < 2^{60}, y < 2^{20}$ 。

考虑可重排列方案数的奇偶性和 Lucas 定理，所有的 a 的出现次数都得是 n 的子集，于是 n 为偶数时答案为 0； n 为奇数的时候，只需要考虑 a_1 的异或和即可。

再枚举 a_1 的某一位 i ，计算 $2^i \in a_1$ 的方案数。由于恰好或起来为 y 的限制肯定没法做，容斥 y 的哪些位是空的 (2^{20})，方案数也就是一个背包：

$$\sum_{\sum a_i = x - 2^i} [a_1 \subseteq y' - 2^i] \cdot \prod_{i=2}^n [a_i \subseteq y'] \quad (2)$$

惊世骇俗的一步：逆用 Lucas 定理并使用范德蒙德卷积，所以这个式子就等于：

$$[ny' - 2^i \subseteq x - 2^i] \quad (3)$$

这个逆用 Lucas 的用途实际上应该很广泛。

###