

Killer Sajin's Matrix

构造一个 nm 的 01 矩阵，使得恰好每行每列恰好有奇数个 1，一共有 k 个 1。

把它当成左边 n 个点、右边 m 个点的二分图，相当于限制每个点的度数是奇数。考虑一个度数序列，尽可能地把 k 平分给度数序列，然后贪心完成连边。

(problem)

平面上有 n 条直线，将平面划分成若干个区域。
你要对这些区域黑白染色，使得相邻的区域颜色都是不同的。

每条直线将它下方的所有区域异或上 1 即可。（另一个可能的思路是增量构造，然后把一条直线经过的所有半平面 1 改成 10, 0 改成 01）。

90 AND 270

构造个简单多边形，每条边都为水平或者竖直。使得它的内角依次为 a_1, a_2, \dots, a_n 。 $n \leq 1000$ ，要求坐标范围不超过 10^9 。

设 $a = 90, b = 270$ 。注意到可以把一个角翻折，作用： $a \rightarrow aba$ ，或者从角上拓展出去一个矩形，所用是 $a \rightarrow baa$ ；或者在一条边上弄出一个矩形，作用是凭空产生一个 $abba$ 或者 $baab$ 。

反过来，我们把最终序列不断消去，即可得到构造方式；然后把树形的展开关系列出来，怎样计算一下就能得到具体构造啦！

(problem)

给你一个多边形的三角剖分，每次可以删去一条边，加上另一条边保持还是三角剖分。
求将一个三角剖分变成另一个的方案。

我们找一个目标剖分里相邻三个顶点构成的三角形，如果当前剖分已经有这个三角形，则可以把这个三角形切掉，不影响接下来的构造；否则，三角形中间的那个点一定有一些出边，选择最靠右的一个；因为最靠右，所以它右侧一定有个三角形，只要再在左侧弄出一条合适的边就可以了，所以我们递归下去构造。

ICPC Nanjing 2022 F

把一个矩形分成 k 个锐角三角形。

构造出 $k = 8, 9, 10$ ，然后更大的，直接选择一个三角形，将它的三条边的中点相连以增加三。

Welcome 2016!

给你 4031 个数，你要从 4031 个数字里面找 2016 个数，使得这 2016 个数的和为 2016 的倍数。

Bonus: 对任意 p ，都有 $O(p \log p)$ 的做法。

引理：任何 $2r - 1$ 个数中都存在 r 个数的和为 r 的倍数。但是，此定理的证明不是构造性的，需要对于 r 的特殊性质来做。

对于 $2016 = 2^k \cdot 3^2 \cdot 7$ ，对于 3 个数，肯定存在两个数和是 2 的倍数，所以我们把所有数合并成 2015 个偶数（剩下 1 个数），要找到 1008 对数使得和为 2016 倍数。于是一路规约到了 $r = 63$ 。然后任意 5 个数可以有 3 个数合并成 3 的倍数，我们发现依然可以继续向下规约到 $r = 7$ 。（能够规约来自于这些质因子的特殊性质）。