

Problem 6~10

2021年9月23日 21:02

#10334 [2020-02-21] 基因进化 (reverse)

从长到短依次考虑每个反转点——我们只有两种状态，要么翻转，要么不翻转；不翻转时的最小答案即为短一点的那个子问题答案后面添上一些点；翻转时的答案即为下一个子问题的反向字典序最大值添上一些点。

我们考虑同时正向答案和反向答案，并从左到右考虑。瓶颈在于比较复杂度和复制答案， $O(n^2)$ ，剪枝后即可通过。

使用二分哈希来比较大小。我们需要支持前向加点、后向加点、翻转、整体复制等，这太复杂了，难以维护。

仔细思考我们需要的操作，对于每个翻转点来说，正向和反向的答案是相同的。我们相当于对同一个序列，同时进行前向插入和后向插入（但是分别算在不同的字符串里），然后在每个翻转点时，在前向插入和后向插入形成的两个序列中选择字典序较小的那个（但是实际上这两个序列的哈希值我们放在一起维护）。

前向插入的哈希值怎么维护？相当于整体乘法和整体加法，维护两个 *tag* 即可。注意这两个 *tag* 对后端插入的点不产生效果。

#10335 [2020-02-25] 小 B 的班级 (class)

分开考虑每条边会被算几次。对于一条边 (u, fa_u) ，枚举它子树中男生的数量 x 和女生的数量 y 。即可得到此时贡献为 $(\min(x, n - y) + \min(y, n - x)) \cdot sz_u^{x+y} \cdot (n - sz_u)^{2n-x-y}$ 。复杂度 $O(n^3)$ 。

考虑直接枚举 $x + y = z$ ，则贡献为 $\min(z, 2n - z) \cdot sz_u^z \cdot (n - sz_u)^{2n-z}$ ，复杂度 $O(n^2)$ 。

#10336 [2020-02-25] 小 B 的环 (loop)

字符串高妙题。我们将原字符串倍长，然后统计哪些长度的子串可以满足要求（显然和最终答案有很显然的转化关系）。

对于两个相邻的相同字符，显然它们不能同时被放在字符串里。我们可以根据这个性质将序列分成很多段，对于每一段我们都看看它能对哪些长度有贡献。

对于一个子段，显然相邻字符都不同，唯一还需要满足的要求是首尾不同。一个长度 v 不能达成，当且仅当每对距离为 v 的字符都相同，也就是存在一个长度为 v 的 Border。直接 KMP 求出所有 Border 即可（ $\{\text{Border}\} = \{n - \text{kmp}(mp \cdots (n)) - 1\}$ ）。

#10339 [2020-02-28] 小 B 的棋盘 (chess)

我们考虑如何判断一个点是否合法。定义集 $\{(x, y)\}$ 上的偏序关系为按照 x 为第一关键字、 y 为第二关键字排序后。讲所有点按照这个偏序关系排序，使用尺取法匹配尽可能多的点——于是会发现， $(L + R) < O$ 时，这个 L 绝对没用了；当 $(L + R) > O$ 时， R 没用了；当相等时，就成功匹配上了。

容易发现，最左边 $k + 1$ 个点和最右边 $k + 1$ 个点间一定会成功匹配至少一次，因此我们只枚举这 $(k + 1)^2$ 个中心。总复杂度 $O(k^2n)$ 。

#10343 [2020-03-04] 真的 (b)

对于这种触边反弹类型的问题，我们将原序列变为一个无限长的序列 $0, 1, 2, 3, 4, \dots, n - 1, n, n - 1, n - 2, \dots, 3, 2, 1, 0, 1, 2, \dots$ （左边也一样）。我们发现这个序列可以和这个移动一一对应（不用考虑对称是因为，向左和向右的概率是相同的，那么跨过一次 0 或 n 相当于变换了一次方向，不影响结果）。

我们设 $p(x) = \sum_{i=-n}^n \frac{a_{|i|}}{\sum a_j} x^i$ ，于是可以得到 $Ans = p^k \bmod (x^{2n} - 1)$ ，于是我们循环卷积，并快速幂，最后统计一下答案，便解决了此题。