

## 【Gooby Xinchou】马超战潼关

### 【题目描述】

<https://uoj.ac/problem/704>。

给定一张  $S$  连到所有左部点、左部点部分连向部分右部点、右部点全部连向  $T$  的边不带权的二分图，问它的边最小割方案数。左右侧点数均  $\leq 46$ 。

### 【题解】

首先第一个观察就相当难以理解，求出一组最大匹配，每个匹配对应着三条边，这三条边中只会选一条，且选出的一定是匹配中的边。

记匹配的三条边分别为  $0, 1, 2$ ，用  $a_u = 0/1/2$  表示这个匹配选出的那条边。

而对于不在匹配中的边：

- 若两 endpoint 分别维护匹配  $u, v$  中，则推出  $a_u = 0$  或者  $a_v = 2$ 。
- 若  $u$  位于匹配中，则  $a_u = 0$ 。
- 若  $v$  位于匹配中，则  $a_v = 2$ 。

那么不难发现，只考虑  $1, 2$  构成的图， $1$  可以是其中所有  $0$  度点且彼此独立，方案数为  $2$  的零度点个数次方。借助折半搜索和 fmt 即可做到  $O(2^{\frac{n}{2}} \cdot n^2)$ 。

### 【提交记录】

<https://uoj.ac/submission/591116>（一个 80 分的搜索）。

## 【清华集训 2015】静态仙人掌

### 【题目描述】

<https://uoj.ac/problem/158>。

给定一棵有根的仙人掌，每个点上有  $0$  或者  $1$ ，三种操作：

1. 翻转一个点到根的最短简单路。
2. 翻转一个点到根的最长简单路。
3. 子树求和。

### 【题解】

最简单的做法：直接求出每个点对应的两种路径的 bitset，即可做到  $O(\frac{n^2}{w})$ 。

复杂做法：把点简单分类一下，利用树剖可以解决（某静态的超仙人掌）。

**【提交记录】**

<https://uoj.ac/submission/590995>。

**【清华集训 2015】小 Q 与找茬****【题目描述】**

<https://uoj.ac/problem/157>。

平面上有  $n$  个点，多次询问矩形，你每次需要输出尽可能多的矩形内的点，不要求全部输出。

**【题解】**

range-tree 加分散层叠可以轻松通过；事实上由于数据难以构造等原因，平面分块可以相当简洁且优秀。

**【提交记录】**

<https://uoj.ac/submission/590983>。

**【Goobye XinChou】黄忠庆功宴****【题目描述】**

<https://uoj.ac/problem/705>。

给定一个数列，多次询问，每次询问给定  $x, l, k$ ，问  $\sum_{i=0}^{l-1} a_{(x+ik) \bmod n}$ 。

**【题解】**

对于  $k \leq n^{0.5}$ ，我们可以预处理出所有的公差的前缀和。

对于其它的，我们整体考虑。设  $id = x + ik$ ，则  $i = \frac{id-x}{k}$ ，即  $id$  会计入贡献的条件为  $(id-x) \cdot k^{-1} \bmod n < l$ 。

注意到每  $\frac{n}{k-1}$  会分一段，则一共会划分成  $O(k^{-1})$  个公差为 1 的等差数列。

我们把上面的两个做法结合一下，设  $k = \frac{x}{y}$ ，一定可以使  $x, |y| \leq n^{0.5}$ ，对于每个  $x$  先预处理出前缀和，然后询问的时候  $O(y)$  询问即可。

**【提交记录】**

<https://uoj.ac/submission/590974>。

**【清华集训 2014】简单回路****【题目描述】**

<https://uoj.ac/problem/39>。

在一个有障碍点的  $n$  行  $m$  列的网格图中，如果该网格图中的回路满足下面两个条件：

- 不经过任何一个障碍点
- 回路不自交

则我们称该回路为合法的简单回路。

现在有  $Q$  个询问，每次询问有多少条合法的简单回路经过了  $(x, y)$  与  $(x + 1, y)$  之间的边。

**【题解】**

进行一次前缀插头 dp 和一次后缀插头 dp，询问的时候暴力合并即可。主要是收获了一些精细实现插头 dp 的经验。

**【提交记录】**

<https://uoj.ac/submission/590670>。

**【清华集训 2014】玄学****【题目描述】**

<https://uoj.ac/problem/46>。

一个序列，若干个操作，强制在线：

1. 新增一个修改，它会给区间  $[l, r]$  内的所有点带来不可逆、不可交换、有结合律的一个操作。
2. 询问如果一次执行操作  $[l, r]$ ，序列上的  $k$  位置会被改成什么。

**【题解】**

其实只要维护一个对时间的线段树，线段树上的每个结点上的所有操作会把序列划分成若干个区间，区间内的所有数相同。我们只要记下区间的所有左右端点即可。

随着线段树逐渐被填充，层层向上归并，并分散层叠，即可做到完全的单  $\log$  时空。

**【提交记录】**

<https://uoj.ac/submission/590475>。

## 克莱茵蓝彼岸花

**【题目描述】**

<https://loj.ac/p/6786>。

千寻、眠雪给了你  $n$  个「书本」，每个「书本」有四个「属性」 $a_i, b_i, c_i, d_i$ 。

形式化地说，你需要将「书本」划分为三个 **\*\* 非空 \*\*** 集合  $S_1, S_2, S_3$ ，**\*\* 最小化 \*\*** 目标函数，定义为：

$$= \left( \max_{x=1}^3 \max_{i \in S_x} a_i \right) \times \left( \sum_{x=1}^3 \max_{i \in S_x} b_i \right) \times \left( \max_{x=1}^3 \sum_{i \in S_x} c_i \right) \times \left( \sum_{x=1}^3 \sum_{i \in S_x} d_i \right)$$

求出目标函数的 **\*\* 最小 \*\*** 可能值。

**【题解】**

首先按照  $b$  排序，相当于把序列分成三段，第一段全部属于  $S_1$ ，第二段属于  $S_1$  或  $S_2$ ，第三段属于  $S_1$  或  $S_2$  或  $S_3$ 。

优化枚举，首先枚举第三段的长度，从短到长枚举，顺带维护一个二维 0/1 背包；然后从短到长枚举第二段的长度，维护一个背包，然后利用 bitset 等来优化，再加上各种各样的剪枝，可以通过。

**【提交记录】**

<https://loj.ac/s/1628362>（高居最优解）。