

正睿 OI 好题精选

22 冲刺 day1-密码

<http://www.zhengruioi.com/contest/1268/problem/2356>。

精妙的构造题！

22 冲刺 day1-旅行

<http://www.zhengruioi.com/contest/1268/problem/2355>。

单调栈维护，对于每种余数分别建单调栈，每种余数下每个点需要代表一个整块，需要再写一个单调栈来维护整块；散块直接在单调栈上二分即可。复杂度 $O(n \log n)$ 。

22 冲刺 day1-狼人

<http://www.zhengruioi.com/contest/1268/problem/2354>。

对于每种颜色分别 dp，在 dp 的时候剪枝好上下界。注意到 $f_{u,i}$ 形式的 dp，当 $i \leq \min(k, sz_u)$ 时，复杂度位 $O(kn)$ ；于是总复杂度为 $O(n \sum k) = O(n^2)$ 。

22 冲刺 day2-Permutation

<http://www.zhengruioi.com/contest/1269/problem/2390>。

对于只出现一次的素数，就不要用了；出现两次的素数，最多使用两个，因为 $1p2p2x\dots2y2q1q$ 就已经把数列限制死了。对于出现三次的素数，我们可以 $2p1p3p3p1p2p$ 配对起来，多出来的一个找 12 帮助配对一下；其它的素数都可以自成一派 $4p\dots2p$ 。

22 冲刺 day3-等差数列

<http://www.zhengruioi.com/contest/1270/problem/2400>。

考虑公比是 k ，那么答案是 $O(n^2k)$ 级别的，而一个显然的代价上界是 $\sum a$ ，所以有效的 k 只有 $O(\frac{\max a}{n}) + O(1)$ 级别。直接枚举！

如何计算对应的最小代价呢？我们另每个数都减去 ik ，那么就是要另前后分别相等；考虑怎么计算一个前缀它要都相等要花费的最小代价，这个东西分奇数位和偶数位分贝是凸的，用 `priority_queue` 维护即可。

22 冲刺 day4-简单题

<http://www.zhengruioi.com/contest/1271/problem/2426>。

考虑像笛卡尔树那样枚举最大值在哪里，并且这个最大值可以放缩，不需要一定是真正的最大值。转移也就变成了在凸包上查询的形式，可以离线双指针 n^2 次，也可以直接在凸包上二分。

22 冲刺 day4-数数题

<http://www.zhengruioi.com/contest/1271/problem/2427>。

一个点的期望深度容易通过 dp 简单算出，问题变为求 $E(\text{dep}_{\text{lca}(u,v)})$ 考虑枚举一个点 l ，计算其作为 lca 的概率：

$$\sum_{S_1 \subseteq (l,x)} \sum_{S_2 \subseteq (l,y)} [S_1 \cap S_2 = \emptyset] \cdot \left(\prod_{u \in S_1} \frac{a_u}{b_u} \right) \cdot \left(\prod_{u \in S_2} \frac{a_u}{b_u} \right) \cdot \frac{a_l^2}{b_x b_y}$$

结合类似生成函数的思想可以得到：

$$\frac{a_l^2}{b_x b_y} \prod_{i \in (l,x)} (1 + 2c_u) \prod_{i \in (l,y)} (1 + c_u)$$

这就特别好维护了。

22 冲刺 day5-排列

<http://www.zhengruioi.com/contest/1275/problem/2440>。

提取出直径，分支上的情况数非常少；但是由于直径有 $O(n^2)$ 条，难以去重，所有对分支直接搜索，总复杂度还是 $O(\text{poly}(n))$ 。

22 冲刺 day5-树

<http://www.zhengruioi.com/contest/1275/problem/2439>。

依然是提取出直径，然后考虑这个直径的中点，一定在一条边上徘徊。

22 冲刺 day6-脉冲星

<http://www.zhengruioi.com/contest/1276/problem/2372>。

事实上不等于 R 的数可以达到 \log 个。所以我们直接 dp，dp 这 \log 个中有多少个顶着上界、多少个顶着下界，然后从高到低位考虑即可。 $O(\log^4)$ 。

用贪心可以优化到 $O(\log^2)$ 。

22 冲刺 day6-括号序列

<http://www.zhengruioi.com/contest/1276/problem/2371>。

神秘带悔贪心。

22 冲刺 day6-脉冲星

<http://www.zhengruioi.com/contest/1276/problem/2372>。

事实上不等于 R 的数可以达到 \log 个。所以我们直接 dp，dp 这 \log 个中有多少个顶着上界、多少个顶着下界，然后从高到低位考虑即可。 $O(\log^4)$ 。

用贪心可以优化到 $O(\log^2)$ 。

22 冲刺 day7-D

<http://www.zhengruioi.com/contest/1277/problem/2364>。

建出可持久化线段树维护 Trie 跑匹配 dp，可以发现复杂度可以过到 70；正解则是直接在原图上用可持久化的思想来把非法路径容斥掉。

22 冲刺 day7-C

<http://www.zhengruioi.com/contest/1277/problem/2363>。

哈密顿回路最长一定是每条边的贡献次数都是其两边的点数取 \min 乘二！

一种方式是枚举重心，然后要求每个孩子都小于等于一半，但是只能做到 $O(nk)$ 。

正解是直接考虑一个点两侧的点数来 dp，通过凸性等等优化。

22 冲刺 day8-序列

<http://www.zhengruioi.com/contest/1278/problem/2368>。

考虑 1 出现的位置的奇偶性，相邻的两个相同的可以合并，所以最后剩下的一定是奇偶奇偶奇偶...，这个有结合律，可以用线段树维护。

22 冲刺 day8-树

<http://www.zhengruioi.com/contest/1278/problem/2367>。

硬猜结论，结合拓展凯莱定理来做！