D1.T1 AtCoder - agc018_d

题意：

> N 个点的树，第 i 条边连接 A_i 和 B_i，边权为 C_i。由这棵树建一张图 G，图 G 中任意两个点都有边相连，且边权为树上这两点间简单路径长度。求图 G 的最长哈密尔顿路径。$N \leq 1e5$。

题解：

事实上这类的树的问题，通常可以往树的直径 / 重心的角度去考虑。

当我们要求的是哈密顿回路的时候，我们可以从重心出发，在两颗子树中横跳，使得每条边的经过次数达到上限 $sze_x \cdot (n - sze_x)$。但是这回我们要求的是哈密顿路径，那么从重心相连的一条边中最短的删掉；如果有两个重心，那么一定要删掉它们之间的那条边。

有一个改版：如果是最短路径，那么就是 $2 \times \sum C_i - l$，l 是直径长度。

时空：$O(n)$。评测记录：AC Submission。

D1.T2 AtCoder - agc041_d

题意：

> 构造一个值域为 $[1, N]$，长度为 N 的单调不降序列 A。并且使得 $\forall 1 \leq k \leq N-1$，都有任意 k 个数之和小于任意 $k+1$ 个数之和。求构造方案数，对 M 取模。$N \leq 5000$。

题解：

上面这个条件等价于前一半的数小于等于后一半的数，因为 $k > \frac{n}{2}$ 时可以消掉一些，成为 $k < \frac{n}{2}$ 的情况；对于 $k < \frac{n}{2}$ 的时候，显然只要最大的那一组成立，根据单调性，其他的也都成立了。

对于单调的数列，我们考虑差分。设 d 为 A 的差分数组，于是有 $\sum_{i=1}^{n} d_i \leq n$；还有的限制——不妨设 $n = 5$，那么得：

$$d_1 \times 3 + d_2 \times 2 + d_3 > d_1 \times 2 + d_2 \times 2 + d_3 \times 2 + d_4 \times 2 + d_5$$

移项：

$$n - d_2 - d_3 - d_4 - d_5 \leq d_1 + 1 \leq d_3 + 2 \cdot d_4 + d_5$$

所以对于 `fixed` d，d_1 有右减左种取值，这个就可以 `背包` 统计了。复杂度：$O(n^2)$。

D1.T3 AtCoder - agc024_f

题意：

> 给定一堆（$\leq 1e6$）长度小于等于 20 的 `01数组`，再询问一堆（$\leq 1e6$）长度小于等于 20 的 `01数组` 在模式串中是多少个串的子序列（不需要连续）。

题解：

假设只有一个模式串和一个询问，那么我们可以结合子序列自动机设一个傻傻的 `DP`：设 $f_{i,j} = 1$ 表示前 i 能匹配到第 j 位……

假设只有一个询问，但是有多个模式串，那么我们考虑把 `DP` 中的 j 改成一个状压 S 的位表示模式串还剩下什么，就能一起转移了——转移中要使用子序列自动机，这要能保证唯一和最优。

假设有多个询问和多个模式，也就是原题：那么我们把 i 和 j 都改成状压就行了。

复杂度：$O(n \cdot 2^n)$，评测链接：**TLE Submission** (被卡常)。