

Problem 1~5

2021年9月21日 10:53

#10567. 「2021-09-03 提高模拟赛」十五数码 (fifteen)

直接爆搜剪枝。

1. 倒着搜更快，因为终止局面中 0 只能由两个方向，搜索树会小很多。
2. 迭代加深搜索，然后再加上一个最优性剪枝（加上估价函数后的数和目前最优解比较）。这样写很简洁也很快。
3. 状压会快很多。

#10569. 「2021-09-10 提高模拟赛」签到题 (sign)

设 $f(mod)$ 为斐波那契数列对 mod 取模后的循环节。于是有两个重要结论：

$$f\left(\prod p_i^{b_i}\right) = \text{lcm}\{f(p_i^{b_i})\}$$
$$f(p_i^{b_i}) = f(p_i) \cdot p_i^{b_i-1}$$

第一个式子看着就很正确；第二个式子是世界难题。对于质数的情况：

1. 当 $p = 2$ 时， $f = 3$ ；当 $p = 5$ 时， $f = 20$ 。
2. 当 $p = 10k - 1$ 或 $10k + 1$ 时， $f = p - 1$ 。
3. 其他情况下， $f = 2p + 2$ 。

所以每次暴力质因数分解，复杂度就是对了，循环节大小也不会超标。

#10570. 「2021-09-10 提高模拟赛」画画 (draw)

我们枚举所有质因子只含 2, 3, 5, 7 的数，通过这样的预处理，我们可以快速计算每个数的答案，且预处理的复杂度只有 8×10^6 。

考虑直接状压 DP，设 $f_{i, [t_2, t_3, t_5, t_7], 0/1}$ 为前 i 位、目前每位的乘积中各个质因数的次数为 t 、是否贴紧上界时的方案数。直接 DP 即可通过 80 分。紧接着发现 $\min(t_2, t_5) = 0$ ，否则这个乘积一定就是 0。加上这个剪枝即可通过。

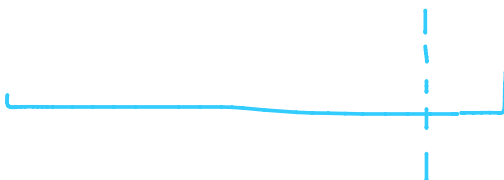
#10571. 「2021-09-10 提高模拟赛」花火大会 (firework)

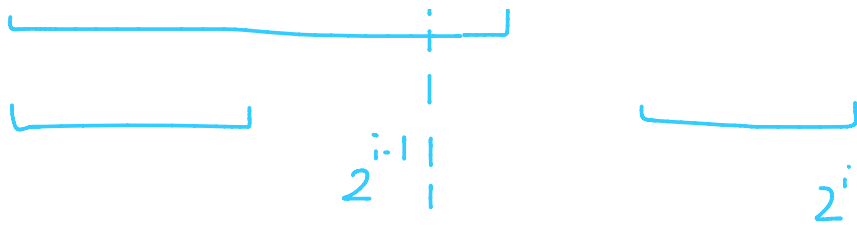
考虑欧拉公式 $V + F - E = 2$ ，我们发现这个公式对于平面图也适用——因为我们可以把它拉成一个凸多面体。

顶点数好求——直接枚举两圆，求交点，并去重；边数也好求——一个圆对应的边数即为它上面的顶点数。

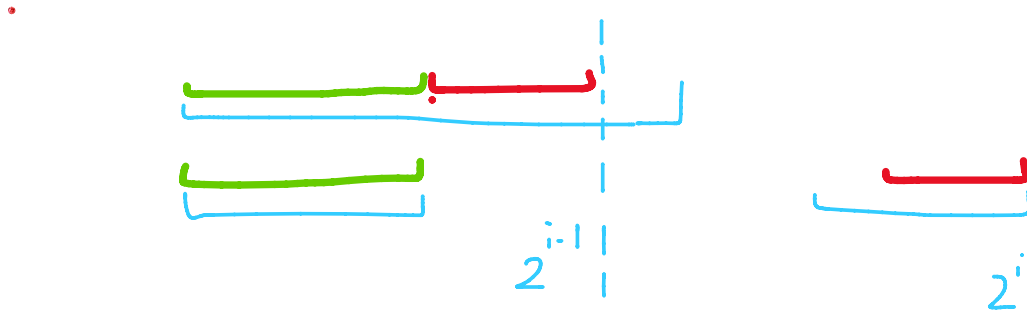
#10572. 「2021-09-09 提高模拟赛」铍配 (match)

只需考虑最后 2^i ($n \in 2^{i-1}, 2^i$) 的情况，如下图所示：





我们考虑把它递归下去，作如下的匹配：



我们即可把问题递归下去，变成原问题的一个子问题。复杂度 $O(n)$ 。